

Constate verhouding

Voor $a > 0$ wordt de functie f_a gegeven door $f_a(x) = x - x \ln(ax)$.

4p 6 Bewijs dat voor elke toegestane waarde van x geldt:

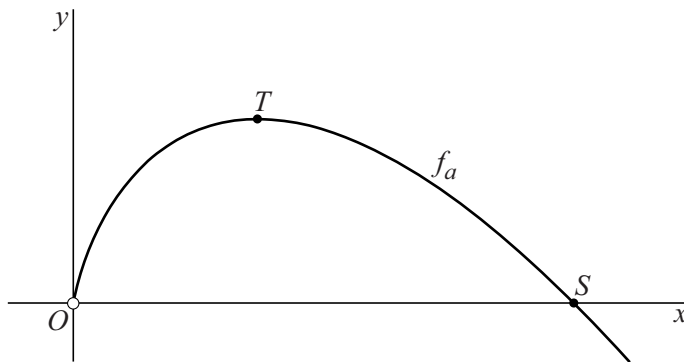
$$\frac{f_a(x) + f_{\frac{1}{a}}(x)}{2} = f_1(x)$$

Voor elke positieve waarde van a geldt:

- de grafiek van f_a snijdt de x -as in precies één punt S (met x -coördinaat x_S);
- de grafiek van f_a heeft één top T (met x -coördinaat x_T).

In de figuur zijn voor een waarde van a de grafiek van f_a en de punten S en T weergegeven.

figuur



7p 7 Bewijs dat voor elke positieve waarde van a de verhouding $\frac{x_S}{x_T}$ constant is.